EFECTO DE TAMAÑO EN MATERIALES COMPUESTOS MULTICAPA: INFLUENCIA DE LA ESTRUCTURA.

F.J. Rojo, G.V. Guinea y M.Elices.

Departamento de Ciencia de Materiales,
E.T.S.I. de Caminos, Canales y Puertos.
Universidad Politécnica de Madrid, C/ Profesor Aranguren, s/n, E-28040-Madrid

Resumen. El objetivo del presente trabajo es el estudio del efecto de tamaño en materiales compuestos multicapa. Dichos materiales se caracterizan por estar formados por dos materiales que se van alternando en capas sucesivas, y su estudio tiene gran interés debido a las interesantes propiedades a que da lugar la mezcla. El mencionado estudio se realiza aplicando el modelo de fisura cohesiva, y los cálculos se han realizado mediante el método de los elementos finitos. El artículo comienza introduciendo brevemente el concepto de efecto de tamaño y el interés de su estudio. Posteriormente se analizan las particularidades que presenta la aplicación de la fisura cohesiva en los materiales compuestos multicapa, para a continuación plantear el problema que se trata de resolver. La solución de dicho problema da lugar a las curvas de efecto de tamaño a partir de las cuales se ha estudiado la influencia del espesor en que los materiales componentes están presentes. Asimismo se estudian las particularidades que presentan estos materiales en el comportamiento asintótico, para grandes y pequeños tamaños.

Abstract. The scope of this paper is the study of the size effect in multilayered composite materials. These kinds of materials are made of two components alternating in consecutive layers, and the good performances achieved with the combination makes its study very interesting. Said study is carried out using the cohesive crack's model, and calculations are made through the Finite Element Method. Firstly the size effect's concept is briefly introduced. Then the particularities of applying the cohesive crack model to multilayered composite materials are analysed. A specific problem is proposed, from which solution some size effect's curves are obtained and the influence of the components' thickness is studied. The material's behaviour in the asymptotic cases, i.e. big structures and small structures are analysed.

1. INTRODUCCIÓN

Cuando se ensayan estructuras de la misma geometría pero de diferentes tamaños, la tensión de rotura –definida como la carga máxima dividida por la sección– disminuye a medida que aumentamos las dimensiones de la pieza. Esto es lo que se conoce como "efecto de tamaño", e implica que las estructuras de mayor tamaño sufren un proceso de fragilización: pese a que la carga de rotura crece en valor absoluto, su valor relativo –la tensión de rotura– disminuye progresivamente.

El efecto de tamaño tiene gran interés puesto que ayuda a predecir el comportamiento de las estructuras a partir de otras de menor dimensión –como las ensayadas en laboratorio– y ha sido bien estudiado en el caso de materiales homogéneos.

Sin embargo se conoce poco aún el efecto de tamaño en materiales compuestos formados por capas. Estos materiales son muy interesantes puesto que suponen un eficaz método de aumento de la tenacidad de materiales frágiles. Un buen ejemplo son las conchas de los moluscos, formadas por capas de material cerámico (carbonato cálcico principalmente) unidas mediante finas capas de material polimérico (proteínas) cuya tenacidad llega a cuadruplicar el material de partida [1].

Los materiales compuestos multicapa más avanzados encuentran aplicación en la fabricación de álabes de turbinas, herramientas de mecanizado y substratos de semiconductores, entre otras.

En el próximo apartado se introduce brevemente el concepto de fisura cohesiva, que es la teoría base que se utilizará para modelizar la fractura del material, y se analizan los parámetros necesarios para su aplicación en los materiales compuestos multicapa frente al caso de un material homogéneo.

Dado el amplio número de combinaciones posibles, en el tercer apartado se plantea un problema concreto para el que se fijan los materiales componentes y la geometría.

En el cuarto apartado se procede a la solución del problema planteado, presentando las curvas de efecto de tamaño de las diferentes combinaciones estudiadas. Así mismo se estudian las particularidades que presentan los materiales multicapa en el comportamiento asintótico para grandes y pequeños tamaños.

El artículo se cierra con las conclusiones más importantes obtenidas en este trabajo.

2. MODELIZACIÓN MEDIANTE FISURA COHESIVA.

La fisura cohesiva es un modelo de fractura aplicable a gran número de materiales que reproduce adecuadamente la propagación de la grieta cuando la zona de proceso de fractura es comparable con el tamaño de la pieza. En otros casos –muy grandes o muy pequeños tamaños– el modelo tiende apropiadamente a las soluciones conocidas de la fractura elástica lineal o de Resistencia de Materiales. Por todo ello será el modelo utilizado en este trabajo.

El modelo de fisura cohesiva se basa en la hipótesis de que el proceso de fractura se concentra en el plano de grieta, y establece una relación entre las tensiones ejercidas entre los labios de la grieta, σ, y su apertura, w, a través de una función denominada curva de ablandamiento [2]. Esta curva se considera una propiedad del material. Por simplicidad consideraremos que el material fuera de la zona de fractura permanece en régimen elástico lineal.

2.1. Material homogéneo

Consideremos el caso de una viga como la mostrada en la Fig. 1, de canto D, luz S y ancho unitario sometida a flexión en tres puntos

La viga está formada por un material cohesivo con una curva de ablandamiento como se muestra en la misma figura, donde, f_t es la resistencia a tracción, y G_f la energía de fractura. El módulo de elasticidad del material es igual a E.

Se puede demostrar [2] que el comportamiento de dicha viga depende –en variables adimensionales– de las relaciones D/l_{ch} y S/D, y de la forma de la curva de ablandamiento. El parámetro l_{ch} se denomina longitud característica y es una propiedad del material de valor igual a EG_f/f_t^2.

2.2. Material compuesto multicapa.

Los materiales los supondremos dispuestos sucesivamente de manera periódica, como se muestra en la Fig. 2.

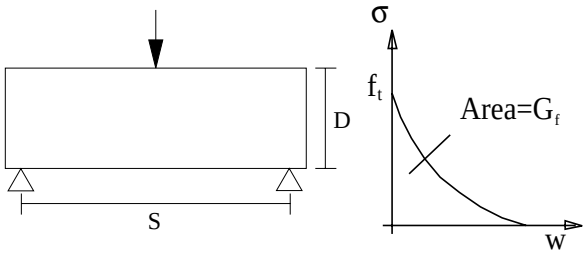


Fig. 1. Viga de material cohesivo homogéneo sometida a flexión en tres puntos.

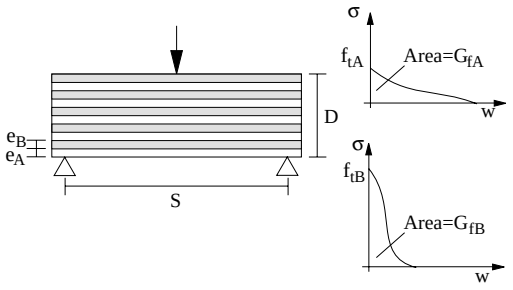


Fig. 2. Viga de material cohesivo multicapa sometida a flexión en tres puntos.

Las variables adimensionales que definen el comportamiento de la viga son:

- Cinco parámetros que definen las propiedades del material: D/l_{chA}, D/l_{chB}, f_{tA}/f_{tB} y la forma de las dos curvas de ablandamiento.
  Los subíndices A y B hacen referencia a cada uno de los dos materiales que forman la viga.
  l_{ch} y f_t son, como antes, los valores de la longitud característica y la resistencia a tracción del material en consideración.
- Una variable geométrica: S/D.
- Tres parámetros que definen la mesoestructura del material: e_A/D y e_B/D –siendo e_A y e_B los espesores de las capas de material A y B respectivamente– y el orden en que están situados.

3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Como se ha visto en el apartado anterior, el comportamiento de los materiales compuestos multicapa depende de un gran número de variables, incluso en los casos más sencillos. El presente trabajo se ha centrado en el estudio de la influencia de la estructura del material, por lo que se ha optado por dejar fija la geometría, los materiales componentes y las proporciones en que los mismos están presentes.

Respecto a la geometría, se ha considerado una viga de ancho unidad con una relación luz-canto igual a seis, S/D=6.

Las curvas de ablandamiento de ambos materiales se han supuesto lineales, según se muestra en la Fig. 3.

Se han elegido dos materiales de muy diferente resistencia a tracción, una diez veces mayor que la otra. El material A tiene f_{tA} =0.6MPa mientras que el material B –el más resistente– tiene f_{tB}=6MPa. No se considera la posibilidad de rotura por compresión.

La energia de fractura de los dos materiales se ha supuesto igual, $G_{FA}=G_{FB}=60J/m^2$, lo mismo que su módulo de elasticidad, $E_A=E_B=20GPa$, y coeficiente de Poisson $\nu_A=\nu_B=0.2$.

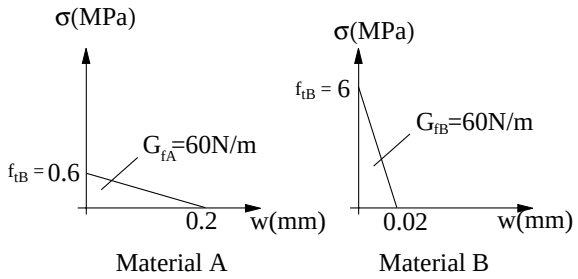


Fig. 3. Curvas de ablandamiento empleadas para los materiales constituyentes.

Los valores anteriores dan lugar a unas longitudes características l_{chA}=3333.33mm y l_{chB}=33.33mm –cien veces mayor una que otra– que indican que el material A, de menor resistencia, es mucho más dúctil que el material B.

Ambos materiales se mezclan en igual proporción, lo que implica que $e_A/D=e_B/D$. Por ello, y en lo sucesivo, llamaremos simplemente 'e' al espesor de una capa de cualquiera de los materiales.

Para estudiar la influencia de la estructura del material compuesto, se han calculado las curvas de efecto de tamaño para diferentes valores de e/D.

La carga máxima se ha obtenido en cada caso por un cálculo mediante el método de los elementos finitos, simulando la fisura cohesiva con elementos de interfase. Se ha supuesto que la adherencia entre las capas es perfecta y que la propagación de la grieta sólo sucede en la sección central.

Aprovechando la simetría del problema se ha modelizado sólo la mitad de la viga, situando el eje de simetría en el plano de la fisura. Dado que el material fuera de la zona de fractura –la sección central de la viga– se comporta de forma elástica lineal y que las constantes elásticas de los dos materiales son iguales, toda la viga –excepto la sección central– se ha simulado mediante un único material elástico.

La malla se ha formado con elementos cuadrangulares de cuatro nodos y triangulares de tres nodos, como se muestra en la Fig. 4.

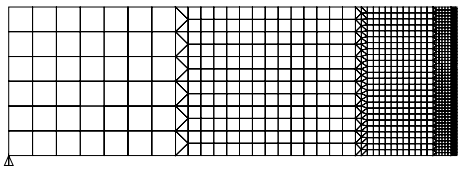


Fig. 4. Malla empleada en el cálculo por el método de elementos finitos.

La zona central, donde se desarrolla la fisura cohesiva, se ha modelizado mediante 100 elementos tipo muelle no lineal, de longitud inicial nula. Las curvas que relacionan la fuerza en cada muelle con el desplazamiento de sus extremos se han deducido de las curvas de ablandamiento de los materiales, según estuviese el muelle en una zona de material A ó B.

4. EFECTO DE TAMAÑO

Definimos la tensión nominal de rotura de una viga sometida a flexión en tres puntos mediante la expresión:

$$\sigma_N = \frac{3 \cdot P_{max} \cdot S}{2 \cdot B \cdot D^2} \qquad (1)$$

siendo P_{max} la carga máxima aplicada y B el espesor de la viga. La ecuación (1) coincide con la tensión máxima en la viga calculada mediante la teoría de Resistencia de Materiales.

El efecto de tamaño, según se ha explicado, consiste en la disminución de σ_N al aumentar el tamaño de la viga permaneciendo constantes la geometría y las propiedades del material.

4.1. Material homogéneo.

La curva de efecto de tamaño de una viga de material homogéneo tiene el aspecto de la Fig. 5. En ella vemos que aparecen dos asíntotas horizontales [2]:

- Para tamaños muy pequeños ($D\to 0$), σ_N tiende al valor $3f_t$, propio de materiales perfectamente plásticos que no rompen por compresión.
- Para tamaños muy grandes ($D\to\infty$) σ_N coincide con la de un material perfectamente elasto-frágil. Este valor es aproximadamente igual a la resistencia a tracción f_t.

4.2. Material compuesto multicapa.

En este caso la curva de efecto de tamaño dependerá de la forma en que se dispongan los materiales, aunque conservará el aspecto general de la Fig.5.

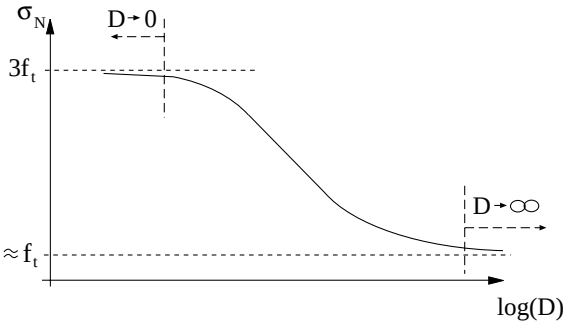


Fig. 5. Curva esquemática del efecto de tamaño en una viga de material homogéneo.

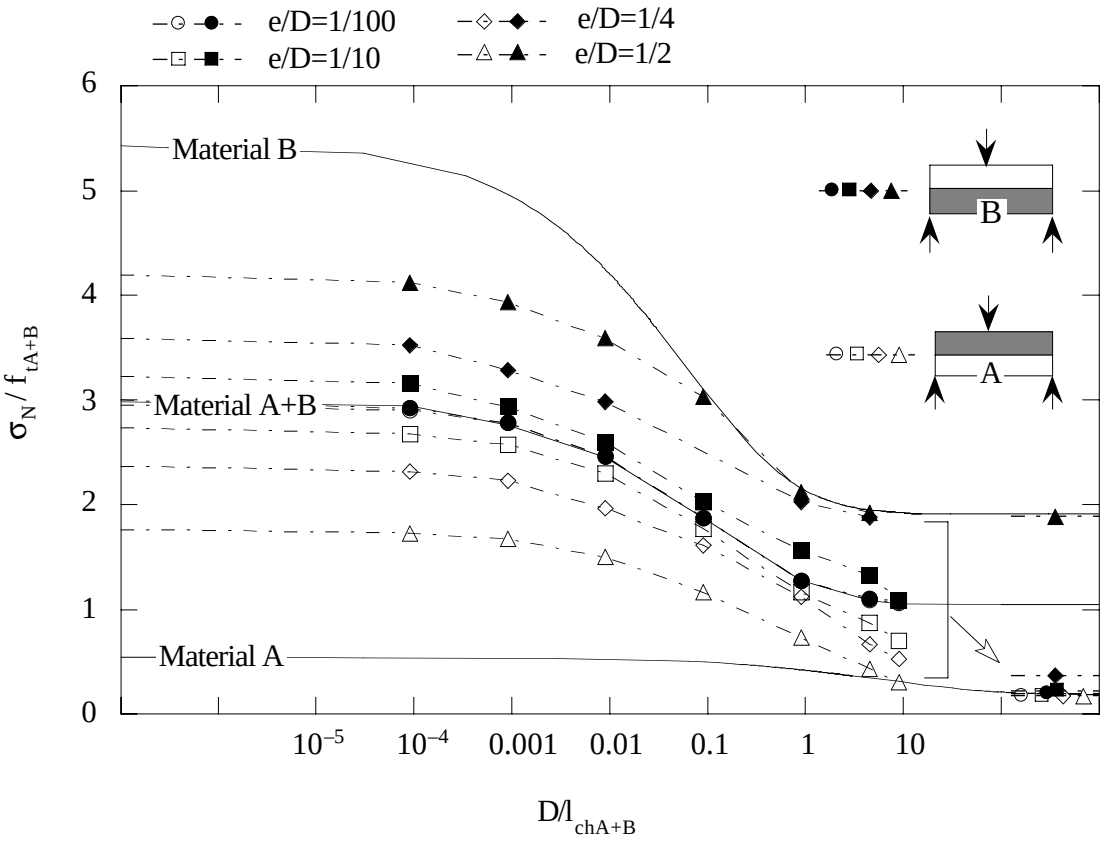


Fig 6. Curvas de efecto de tamaño en función de la estructura del material compuesto.

Los cálculos realizados para un amplio rango de tamaños se muestran en la Fig. 6. Los valores de las tensiones y los tamaños se han adimensionalizado dividiéndolos por la resistencia a tracción, f_{tA+B}, y la longitud característica, l_{chA+B}, de la mezcla homogénea A+B. La curva de ablandamiento del material A+B se muestra en la Fig.7, y ha sido obtenida promediando –ya que la mezcla de materiales es al 50%– las curvas de ablandamiento de los materiales A y B.

En la figura se identifican las diferentes combinaciones en función del grado de mezclado, y del material situado en la fibra inferior de la viga. Los espesores estudiados han variado desde e/D=0.01 hasta e/D=0.5.

La Fig. 6 recoge también las curvas de efecto de tamaño de los materiales constituyentes A y B, y del material A+B obtenido mediante mezcla homogénea de los dos anteriores.

Se observa que la carga máxima está fuertemente influida por el tipo de material que ocupa la posición de la fibra inferior de la viga, que es donde comienza la fisuración. Los valores más elevados corresponden a la situación en la que el material más resistente –el material B– ocupa la fibra inferior.La diferencia entre colocar uno u otro material en la fibra inferior se reduce al aumentar intensidad de la mezcla reduciendo el espesor de las capas.

Los materiales muy mezclados –e/D=1/100–, presentan un comportamiento prácticamente idéntico al de la mezcla homogénea A+B para todos los tamaños analizados, siendo indiferente qué material ocupa la fibra inferior de la viga.

Los valores obtenidos muestran que, para el rango de tamaños estudiados, la utilización de materiales poco mezclados con el material más resistente en la fibra inferior proporciona las mayores cargas de rotura. Sin embargo, y como discutiremos a continuación, esto no ocurre siempre así para vigas de gran tamaño.

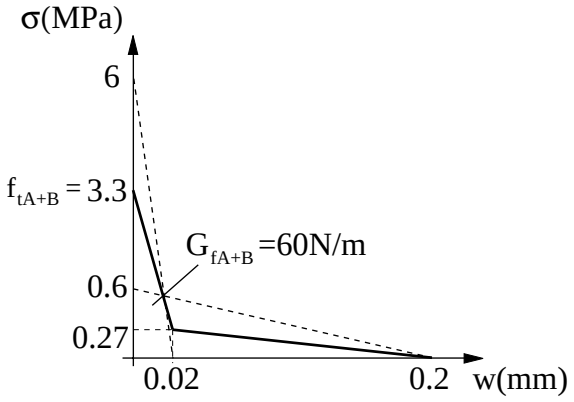


Fig. 7. Curva de ablandamiento bilineal del material compuesto A+B.

5. COMPORTAMIENTO ASINTÓTICO

5.1. Tamaños pequeños

Cuando es pequeño la tensión nominal de rotura tiende –análogamente al caso de un material homogéneo– al valor dado por la teoría de Resistencia de Materiales.

En la Fig. 8 se muestra el estado tensional en la sección media de la viga en el momento de carga máxima. Toda la sección está bajo una tensión de tracción f_{tA} ó f_{tB}, según corresponda, excepto el borde superior, en el que actúa una carga concentrada de compresión.

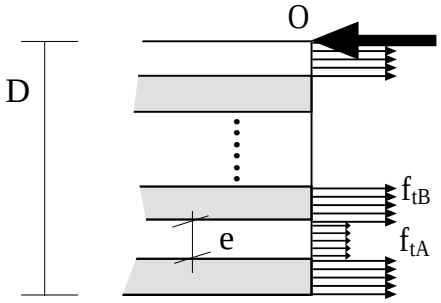


Fig. 8. Estado tensional en la sección central de la viga.

El cálculo de la tensión nominal de rotura se establece con facilidad calculando el momento respecto del punto O de las tensiones aplicadas en todas las capas. El material situado en la capa inferior y sucesivas proporciona un momento igual a:

$$M_{Inf} = \sum_{\substack{i=1 \\ impar}}^{D/e-1} f_{tInf} e\, B \left(D - \frac{(2i-1)e}{2} \right) \qquad (2)$$

donde i es el número de orden de capa, numeradas desde abajo, y f_{tInf} la resistencia a tracción del material.

Un desarrollo análogo para el otro material permite llegar a una expresión del momento M_{Sup} :

$$M_{Sup} = \sum_{\substack{i=2 \\ par}}^{D/e} f_{tSup} e\, B \left(D - \frac{(2i-1)e}{2} \right) \qquad (3)$$

Igualando $M_{Inf}+M_{Sup}$ al momento flector generado por las carga externas $-P_{max}\, S/4-$ y utilizando (1) se llega a :

$$\sigma_N = \frac{3 \cdot e}{2 \cdot D} \left[2 f_{tInf} + \left(f_{tInf} + f_{tSup} \right) \left(\frac{D}{e} - 1 \right) \right] \qquad (4)$$

Esta ecuación proporciona para el caso de material infinitamente mezclado ($e/D \to 0$) una tensión nominal de rotura igual a $3(f_{tA}+f_{tB})/2 = 3f_{tA+B}$.

5.2. Tamaños grandes

Para grandes valores del canto, la curva de efecto de tamaño tiende al valor correspondiente a un material elasto-frágil.

El valor de la tensión nominal puede estimarse mediante la teoría de resistencia de materiales, despreciando efectos de segundo orden. El error cometido depende de la relación S/D, y en nuestro caso no supera el 3%.

La distribución de tensiones en la sección media de la viga bajo carga máxima tiene un perfil triangular, (Fig.9). La fibra neutra se sitúa en la mitad del canto al tener ambos materiales el mismo módulo de elasticidad.

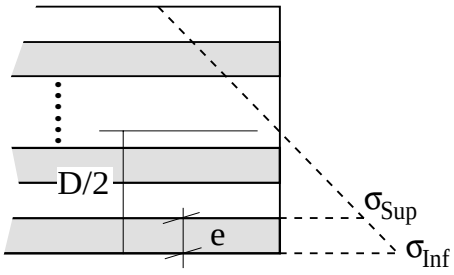


Fig. 9. Distribución triangular de tensiones en la sección media de la viga.

Las máximas tensiones de tracción a las que están sometidas los materiales, σ_{Inf} y σ_{Sup}, están relacionadas mediante la expresión:

$$\frac{\sigma_{Sup}}{\sigma_{Inf}} = 1 - \frac{2e}{D} \qquad (5)$$

siendo e el espesor de las capas y D el canto.

La rotura se produce cuando uno de los materiales alcanza su resistencia a tracción. Si el material situado en la fibra inferior es el más débil –material A–, la rotura estará gobernada por esta situación ya que $f_{tA} = \sigma_{Inf} > \sigma_{Sup}$, y el material B no alcanza la condición de rotura. El valor nominal de la tensión de rotura de la viga será f_{tA}.

Cuando el material más resistente –material B– ocupa la parte inferior, pueden producirse dos situaciones diferentes en función del valor e/D.

Si $\sigma_{Sup} < f_{tA}$,el valor de la tensión máxima en el material A no supera su resistencia a tracción, y la rotura se inicia en el material B. En este caso, la tensión nominal de rotura de la viga es f_{tB}. Esta situación sucede cuando:

$$\sigma_{Sup} = \left(1 - \frac{2e}{D} \right) f_{tB} < f_{tA} \qquad (6)$$

es decir, siempre que:

$$\frac{2e}{D} > 1 - \frac{f_{tA}}{f_{tB}} \rightarrow \frac{e}{D} > 0.45 \qquad (7)$$

puesto que la relación de resistencias es $f_{tA}/f_{tB} = 0.1$.

La condición anterior sólo se cumple en nuestro problema cuando e/D=1/2.

Si por el contrario e/D < 0.45 se alcanzará primero la tensión de rotura en el material A, $\sigma_{Sup} = f_{tA}$, y la tensión nominal de rotura será la tensión de la fibra inferior, que es igual a:

$$\sigma_N = \sigma_{Inf} = \frac{f_{tA}}{1 - \frac{2e}{D}} \qquad (8)$$

Esto ocurrirá para e/D= 1/100, 1/10 y 1/4.

En la Fig. 6 se muestran los valores asintóticos para pequeños y grandes tamaños calculados con las ecuaciones anteriores.

Se observa que en el límite de grandes tamaños todas las combinaciones que verifican e/D < 0.45 tienden a un valor de la tensión de rotura inferior al de la mezcla A+B. Esto no sucede así para tamaños pequeños, en los que sólo las vigas cuya capa inferior está formada por material A dan cargas menores que las del material homogéneo A+B.

6. CONCLUSIONES

En el presente artículo se ha analizado el efecto de tamaño en materiales multicapa cohesivos con adherencia perfecta. El estudio se ha centrado en la influencia del espesor de las capas y de la posición que los componentes ocupan dentro del material compuesto.

Se ha observado que el comportamiento de los materiales multicapa está fuertemente condicionado por la estructura del material. Existen grandes diferencias según se coloque uno u otro material en la fibra inferior de la viga, sobre todo cuando los materiales están poco mezclados (e/D > 0.1)

Las mayores resistencias se obtienen colocando el material más resistente en la fibra inferior de la viga, en particular con tamaños de viga medianos y pequeños ($D/l_{chA+B} < 10$), en los que se consigue un notable incremento respecto del comportamiento de la mezcla homogénea.

Para grandes tamaños, el comportamiento del material compuesto cae netamente por debajo de la mezcla homogénea siempre que los materiales esten ligeramente mezclados (e/D < 0.45).

Es necesario señalar que los resultados obtenidos se refieren exclusivamente a valores de carga máxima resultantes de un mecanismo de rotura en el que se propaga una única grieta que divide la pieza en dos.

El análisis de la fisuración múltiple por delaminación y otros fenómenos –típica de este tipo de materiales– y el incremento de la tenacidad que este proceso lleva aparejado se reserva para un trabajo futuro.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Ministerio de Ciencia y Tecnología la financiación de este trabajo mediante el proyecto MAT-2000-1355.

REFERENCIAS

[1] Jackson, A. P.,Vincent, J.F.V. y Turner, R. M., “The mechanical design of nacre”, Proc. R. Soc. Lond. B 234, 415-440 (1998).

[2] Bazant, Z, P. y Planas, J., “Fracture and Size Effect in Concrete and other Quasibrittle Materials” CRC Press, Boca Raton USA (1998)